

RESEARCH ARTICLE

**THE PYRAMIDS AND TEMPLES OF GIZEH:
FLINDERS PETRIE, ARQUEÓLOGO DEL SIGLO XIX**

**The Pyramids and Temples of Gizeh:
*Flinders Petrie, a Nineteenth Century Archaeologist***

Alberto Camacho Ríos, Bertha Ivonne Sánchez Luján

Tecnológico Nacional de México, México
(camachoalberto@hotmail.com, ivonnesanchez10@yahoo.com)

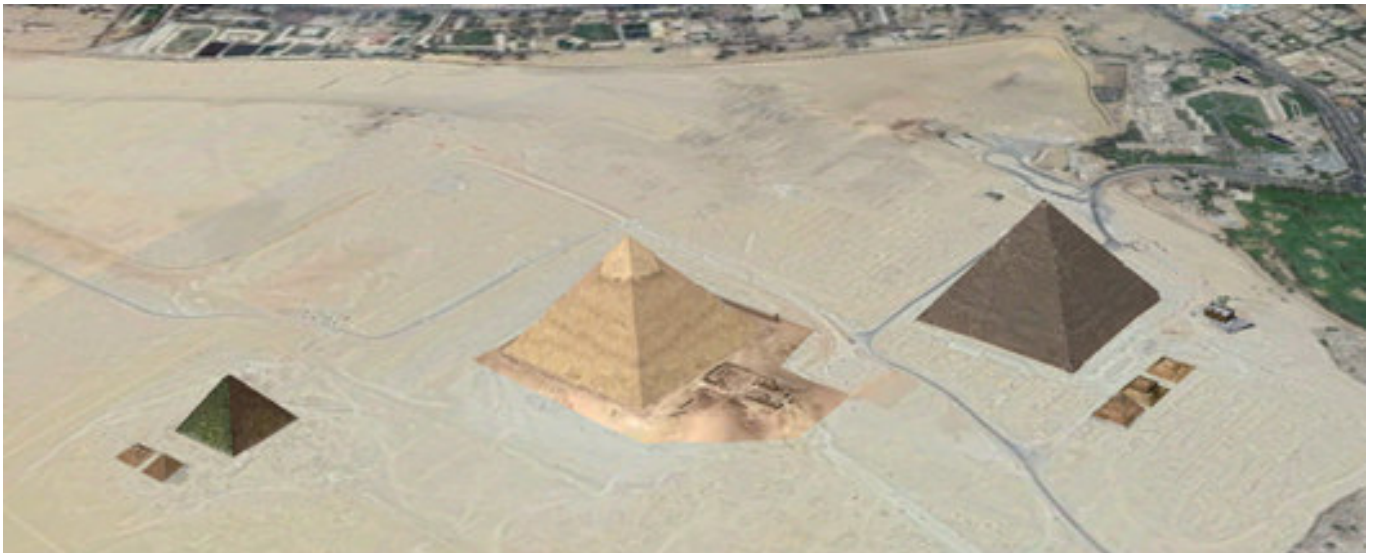


Figura 1. Panorámica de las tres pirámides de Guiza. Cortesía de *Google Earth Pro*.

RESUMEN. *El sitio de Guiza en Egipto ha sido medido con suficiente precisión en diferentes épocas por expediciones de arqueólogos que reportaron los resultados de los levantamientos en variados documentos. Todos midieron las dimensiones de las tres pirámides principales sobre los mismos vértices situados originalmente por el arqueólogo inglés Flinders Petrie alrededor de 1880. Los reportes nos permitieron determinar las longitudes de las bases y alturas de las pirámides de Keops, Kefrén y Micerino. La traslación de esas longitudes de metros a pies egipcios antiguos de 0.3 m muestra que las magnitudes de longitud, área y volumen de los edificios fueron determinadas partiendo de un sistema de medición cuyos números representan las revoluciones de diferentes planetas. En esta publicación realizamos la determinación de las longitudes de las pirámides, así como su traslación a ese sistema y mostramos además resultados numéricos importantes entre las proporciones de sus diferentes magnitudes y las del planeta Tierra.*

PALABRAS CLAVE. *Pirámides; Guiza; revoluciones planetarias; pie egipcio; proporciones.*

ABSTRACT. *The site of Giza in Egypt has been measured with precision, at different times, by expeditions of archaeologists who have reported the results of their surveys in various documents. All surveys measured the dimensions of the three main pyramids on the same vertices originally located by the English archaeologist Flinders Petrie, around*

Recibido: 6-11-2018. Aceptado: 15-11-2018. Publicado: 22-11-2018.

1880. His reports allowed us to determine the lengths of the bases and heights of the pyramids of Cheops, Chephren and Mykerinos. The translation of these lengths of meters to ancient Egyptian feet of 0.3 meters shows that the magnitudes of length, area, and volume of the buildings were determined starting from a measurement system whose numbers represent the revolutions of different planets. In this paper, we determine the lengths of the pyramids and their translation to that system, as well as the important numerical results between the proportions of their different magnitudes with those of the planet Earth.

KEYWORDS. *Pyramids; Giza; planetary revolutions; Egyptian foot; proportions.*

INTRODUCCIÓN

El objetivo es utilizar las medidas longitudinales de las pirámides de Keops, Kefrén y Micerino, determinadas alrededor de 1880 por el arqueólogo inglés Flinders Petrie, con el propósito de mostrar significados importantes, que pertenecen al sistema de medición antiguo, obtenidos al convertir dichos datos del sistema métrico a «pies egipcios» de 0.3 metros.

Petrie fue de los primeros arqueólogos en utilizar un método sistemático en el estudio arqueológico de los sitios más importantes de Egipto. Además de las excavaciones, incluyó levantamientos topográficos para determinar las dimensiones de los monumentos. Centró su atención en la precisión de las medidas, de modo que la aproximación de los instrumentos utilizados y las técnicas de campo permitieran especificar tolerancias mínimas en su búsqueda. Su visión era poco complaciente de los «errores». Se deberían medir los sitios con mayor precisión y exactitud que las que originalmente habían empleado sus constructores:

«Si queremos entender a qué tipo de precisión apuntaban los antiguos, nuestros errores al examinar su trabajo deben ser tan pequeños que sean insignificantes por el lado de sus errores. Si se acercaron a la centésima de pulgada más cercana, debemos ir a la milésima más cercana, para saber cuáles eran sus ideas de precisión» (Petrie 1883: *Introducción*).

La meseta de Guiza fue levantada durante los años 1880-1881. Reportó los resultados en un documento que tituló *The Pyramids and Temples of Gizeh*, publicado en 1883. El levantamiento fue desarrollado a partir de envolver el sitio con una «triangulación trigonométrica» cuyas figuras incluyeron los vértices de las bases y altura de las tres pirámides principales.

Para las longitudes de la base y altura de la Primera Pirámide, tal como reconoció a la de Keops, obtuvo un promedio para los lados de 9068.8 pulgadas ingle-

sas de 0.0254 m, con una tolerancia especificada de ± 0.6 (p. 11), o sea 230.34752 ± 0.01524 m. De modo que el lado se puede estimar, al sumar la tolerancia al promedio, en 230.36276 m; mientras que la altura fue determinada en 146.63928 m.

Obsérvese que la proporción del lado de la pirámide respecto de su altura ($230.36276/146.63928$) otorga un número parecido a la mitad del irracional π , este es 1.570948521, cuya coincidencia con el primero, al multiplicarlo por dos, se acerca a 3.141897042, haciendo una diferencia entre ambos de 0.0003043884103. Por su lado, Cole (1925) obtuvo una aproximación para el lado de 230.36375 m, con una altura de 146.71 m (tabla I). La proporción que resulta entre ambas magnitudes es de $230.36375/146.71 = 1.57019801$, obteniendo al multiplicar por dos 3.140396019.

El lector se equivoca si piensa que ese número se refiere al irracional π , como se han equivocado investigadores que han analizado las magnitudes de la pirámide desde ese punto de vista. La coincidencia es solamente eso. El verdadero número que proporcionan el lado y la altura es 1.570537278, del que resulta el racional 3.141074556..., que hace una diferencia respecto del π griego de 0.00051809759... El número racional 3.141074556 fue designado por Camacho (2018) con el símbolo π_1 , demostrando además que su construcción es posible a partir de involucrar el producto de los números que representan las revoluciones sinódica y sideral de la Luna. El número π_1 conserva los atributos del π griego, principalmente en el cálculo de perímetros y áreas de círculos, cuyas magnitudes son determinadas por los productos de números que representan las medidas de las revoluciones planetarias. Obsérvese que el promedio para π_1 , que resulta de utilizar las estimaciones de Petrie y Cole para el lado y la altura de la pirámide, es de 3.141146531, con una diferencia poco significativa entre ambos de 0.0000719745.

Nuestra postura es que las bases de las pirámides fueron originalmente diseñadas de forma cuadrada, toda vez que el paso del tiempo y las diferentes restauracio-

nes les han dejado una figura de «trapecio regular». Esta hipótesis es verificable, puesto que las longitudes este y oeste que aporta Petrie de la Segunda Pirámide, tal como reconoció a la de Kefrén, son casi idénticas hasta la segunda cifra decimal, es decir, en metros: 215.27008 para el este y 215.2777 para el oeste (tabla II). Incluso el lado sur es cercano a estas últimas, presentando un error próximo a 3 cm, o sea, 215.31326; siendo la más alejada de ellas la longitud del lado norte, la cual es de 215.218616, con un error cercano a los 5 cm.

La Tercera Pirámide, tal como llamó a la de Micerino, conserva actualmente su base, aproximándose casi de forma completa a un cuadrado. Calculó su lado en 4153.6 ± 3 pulgadas inglesas, algo así como 105.5 m, y la altura en 2564 ± 15 pulgadas del mismo sistema, próxima a los 65 m.

A pesar de la precisión que se impuso, no hizo ningún intento por interpretar los resultados del levantamiento del sitio desde la metrología antigua, ni de la información que obtuvo para las tres pirámides, aun cuando llegó a estimar el «codo real» egipcio en 1.7 pies ingleses, o sea 0.52428 m. Tampoco lo hicieron las comisiones que le precedieron y se conformaron solamente con exhibirlos.

En nuestra opinión, la geometría del yacimiento fue elaborada utilizando diferentes fragmentos de medidas como el ya mencionado pie egipcio. Al transferir las longitudes de los templos a partir del pie de 0.3 m, ocurre que sus magnitudes de longitud, área y volumen se transfieren a un sistema de medición en cuyo dominio se encuentran números que representan las revoluciones planetarias. Por ejemplo, en pies egipcios, el volumen de la pirámide de Kefrén se reduce con precisión al producto de los siguientes tres números: $585 \times 365.625 \times 384$. El primero representa al ciclo sinódico del planeta Venus, mientras que los otros dos a los años solar y lunar, de manera muy semejante a su concepción actual.

PIE EGIPCIO, CODO GEOGRÁFICO, RADIO Y CIRCUNFERENCIA DE LA TIERRA

Los primeros documentos rescatados de Egipto indican que el sistema de medidas estaba sustentado en un pie de 0.3 m. Esta unidad se conoce generalmente como «codo sagrado» o también «pie egipcio». Fue la unidad de medida estándar desde tiempos predinásticos y hasta el primer milenio antes de Cristo. Su valor fue determinado primero por Isaac Newton al intentar

obtener las dimensiones de la Cámara del Rey, que se encuentra en el interior de la Primera Pirámide (Newton 1737), y se verificó con precisión a principios del siglo XIX cuando se desarrollaron estudios como resultado de la expedición napoleónica a Egipto, cuyos ingenieros tuvieron la encomienda de establecer la «norma» de medida egipcia.

Por su lado, Camacho (2018) ajustó la magnitud del «codo geográfico» egipcio en los 0.4619836247 m, que había estimado Stecchini (1961) en 0.461693504 m. También determinó el radio polar R de la Tierra en 13,753,255.21 codos geográficos, a partir del círculo máximo C que pasa por los polos, mientras los geógrafos egipcios, unos 3000 años a. C., lo habían estimado en 86,400,000 codos geográficos. Ambos números resultan ser, en metros:

$$R = 6,353,778.6933 \text{ y } C = 39,915,385.17$$

El radio polar actual se aproxima a los 6,356,800 m, mientras que el círculo polar máximo lo hace a los 39,940,952.36 m, cuya diferencia respecto a las medidas egipcias es insignificante. Del perímetro de la Tierra determinado por los geógrafos egipcios se deduce que un grado de latitud próximo a la región egipcia, que se encuentra entre las latitudes N de 24° y 31.5° , resulta ser de 240,000 codos geográficos.

METODOLOGÍA

Nos propusimos las siguientes actividades:

- Recuperación de las medidas de los monumentos determinadas a partir de levantamientos topográficos de alta precisión, desarrollados desde finales del siglo XIX sobre el sitio de Guiza en Egipto.
- Traslación de las longitudes del sistema inglés al sistema métrico y de este al sistema metroológico egipcio antiguo.
- Determinación de promedios de las magnitudes de la base y altura de las pirámides y cálculo de sus áreas y volúmenes, así como de la totalidad de los elementos geométricos, verificando siempre las proporciones entre ellos; tomando en consideración la tolerancia longitudinal y angular especificadas por los autores de los levantamientos.
- Revisión de la existencia de un modelo metroológico sustentado en los números que representan las revoluciones planetarias de los astros, que determina al propio sistema de medición.

Tabla I. Resultados de las mediciones desarrolladas sobre las dimensiones de la pirámide de Keops.

LONGITUDES EN METROS	PETRIE (1883)	COLE (1925)	GOBIERNO EGIPCIO (1925)	DASH (2015)	PROMEDIOS
Norte	230.36276	230.253	230.5583	230.329	230.424575
Sur	230.3653	230.454	230.4544	230.334	230.424775
Este	230.31958	230.391	230.38978	230.384	230.389395
Oeste	230.34244	230.357	230.357	230.407	230.3575
Promedios	230.34752+0.01524 = 230.36276	230.36375	230.43987	230.3635	230.38247
Altura	146.63928	146.71		146.5	146.701388
Diagonal	325.7229	325.7835			325.8348048

- e) Verificación de la proporción de algunas de las magnitudes de los monumentos con los atributos geométricos del planeta Tierra, como son el radio polar R , así como, también, con la definición que los egipcios conocían de la magnitud de un grado de latitud.
- f) Caracterización de los resultados a la luz del sistema de medición.

LONGITUDES DE LA BASE Y ALTURA DE LA PRIMERA PIRÁMIDE

Después del levantamiento de Petrie en la meseta de Guiza, otras expediciones desarrollaron triangulaciones apoyándose sobre los mismos vértices fijados por el primero. Una de ellas fue la dirigida por el arqueólogo inglés J. H. Cole, quien en 1925 obtuvo resultados análogos a los determinados por Petrie. En condiciones semejantes, ese año, el gobierno egipcio desarrolló mediciones sobre los mismos vértices. Cole reportó sus resultados, incluyendo los de la expedición egipcia, en un informe que tituló *Determination of the Exact Size and Orientation of the Great Pyramid of Giza*.

Finalmente, Dash (2015) realizó mediciones en el yacimiento sobre una cuadrícula que con anticipación se había trazado, la cual comprendió los vértices y alturas de las pirámides, fijadas durante las mediciones que antecedieron. En la tabla I concentramos las longitudes de los lados de la base, así como la altura, de la Primera Pirámide, tal como fueron reportadas por las cuatro comisiones.

Puesto que las cuatro comisiones desarrollaron las mediciones sobre los mismos vértices en la búsqueda siempre de una mejor precisión, suponemos que la «media» de cada lado medido por estas últimas, así como la media general de los cuatro lados involucrados, «media de medias», otorga el lado promedio de la base de la pirámide con suficiente precisión. Se aprecia que el lado promedio que resulta de este punto de vista se reduce a 230.38247 m (tabla I), el cual hemos dejado en 230.4 m, con una diferencia poco significativa de 17.53 mm que suponemos se debe al deterioro de la piedra caliza con la que el monumento fue revestido originalmente. Al fijar el lado en esa magnitud, 230.4, la proporción entre esta y la altura h debe cumplir con la proporción del número $\pi_1 = 3.141074556$ que nos hemos impuesto como condición. Ello ocurre si la altura toma el valor de 146.701388 m. Esta última es casi indistinguible con la estimada por Cole en 146.71 m, que se diferencia de la nuestra en 8.612 mm.

La dupla (230.4, 146.701388) hace que el ángulo del vértice superior que forman cada uno de los cuatro triángulos de las caras frontales de la pirámide sea de 96° , lo cual resulta sencillo de verificar. Obsérvese que la suma de los cuatro ángulos de cada vértice hace un total de 384° , que coincide con el valor de un año lunar de 384 días, ya comentado. Como veremos enseguida, el año lunar de 384 días, «norma» en todas las magnitudes de longitud, área y volumen del monumento, es transversal en algunas de las dimensiones de las otras dos pirámides. Cabe decir que el año lunar de 384 días se dividía en 13 meses de 29.5384615... días cada uno, toda vez que $384/13 = 29.5384615...$ días.

El número 29.5384615... días se conoce como ciclo sinódico de la Luna, o «mes lunar», que coincide con el conocimiento que se tiene actualmente del mismo, ya que este se estima en los 29.530556 días. Por su parte, el año sideral lunar corresponde a 12 meses sinódicos de 29.53846... días, o sea 354.461538... días, que también se dividía en 13 «meses siderales» de 27.26627... días¹ (Camacho 2018); siendo la proporción que guardan ambos periodos de:

$$\frac{384}{354.461538 \dots} = \frac{29.5384615 \dots}{27.26627 \dots} = 1.08333 \dots \text{ días.}$$

Geometría de la Primera Pirámide

Si se trasladan a pies egipcios (*pe*) de 0.3 m el lado y altura de la pirámide, que en lo que sigue designaremos como l_1 y h_1 , se obtiene que:

$$(l_1 = 230.4 \text{ m}, h_1 = 146.701388 \text{ m}) \Rightarrow (l_1 = 768 \text{ pe}, h_1 = 489.0046267 \text{ pe})$$

Una primera observación a la traslación al nuevo sistema es que el lado de 768 *pe* comprende dos años lunares de 384 días, puesto que $768 = 384 \times 2$.

Se conserva además la proporción entre el lado l_1 y la altura h_1 en la forma:

$$\frac{l_1}{h_1} = \frac{768}{489.0046267} = 1.570537278 \dots = \frac{\pi_1}{2}$$

De aquí se deduce que la altura h_1 en función del lado y π_1 resulta ser:

$$h_1 = 489.0046267 \text{ pe} = \frac{4 \times 384}{\pi_1} = \frac{2 \times 768}{\pi_1} \text{ pe}$$

De modo que el área de la base de la pirámide queda como sigue:

$$A_1 = 768 \times 768 = (768)^2 = (2 \times 384)^2 = 589,824 \text{ pe}^2$$

y su volumen se puede representar de esta forma:

$$V_1 = \frac{1}{3} \times (768)^2 \times \frac{2 \times 768}{\pi_1}$$

O bien:

$$V_1 = \frac{2}{3 \times \pi_1} \times (768)^3 = 96\,142\,222.222 \text{ pe}^3$$

¹ El periodo sideral actual de la Luna se reconoce como 27.321659 días.

La proporción entre el volumen V_1 y el área A_1 es:

$$\frac{D_1}{A_1} = \frac{2}{3 \times \pi_1} \cdot 768$$

Si se determina la diagonal de la base D_1 a partir del lado de 768 *pe*, esta resulta ser de:

$$D_1 = 768 \times \sqrt{2} \text{ pe}$$

Donde:

$$\frac{D_1}{2} = r_1 = 384 \times \sqrt{2} \text{ pe}$$

Es sencillo determinar la arista de las caras frontales de la pirámide; estas miden 730.7787113 *pe*. Se puede disponer, en función del año lunar de 384 días y π_1 , como:

$$730.7787113 = \frac{384}{\pi_1} \times \sqrt{2 \times \pi_1^2 + 16}$$

Mientras que la altura queda así:

$$621.7568053 = \frac{384}{\pi_1} \times \sqrt{\pi_1^2 + 16}$$

De aquí que el área de cada una de las caras frontales resulte ser:

$$A_2 = \left(\frac{(384)^2}{\pi_1} \right) \times \sqrt{\pi_1^2 + 16}$$

Siendo el área de las cuatro caras:

$$A_C = 4 \times \left(\frac{(384)^2}{\pi_1} \right) \times \sqrt{\pi_1^2 + 16}$$

De donde se sigue que la proporción entre el área de la base $(768)^2$ respecto al área de las cuatro caras es:

$$\frac{4 \times \pi_1}{\sqrt{\pi_1^2 + 16}}$$

Consideraciones astronómicas

Arriba comentamos que el radio de la Tierra en codos geográficos (c_g) fue determinado por Camacho (2018) en 13,753,255.21, que en metros se puede disponer como $R = 6,353,778.6933$. Si este último se trasladada a pies egipcios de 0.3 metros, queda como $R = 21,179,262.31 \text{ pe}$.

Si se divide por el valor de la mitad de la diagonal de la base de la pirámide,

$$\frac{D_1}{2} = r_1 = 384 \times \sqrt{2} \text{ } pe$$

resulta:

$$\frac{R}{r_1} = \frac{21\,179\,262.31}{384 \times \sqrt{2}} = 39\,000 \text{ } pe$$

Donde el número 39,000 representa 50 revoluciones sinódicas del planeta Marte, siendo que una revolución corresponde a 780 días, o sea:

$$\frac{R}{r_1} = 780 \times 50 \text{ } pe$$

De aquí se sigue que el radio R de la Tierra, en pe , se puede disponer, en función del ciclo sinódico de Marte y el año lunar de 384 días, como:

$$R = 21\,179\,262.31 = 780 \times 384 \times 50 \times \sqrt{2} \text{ } pe$$

También el círculo máximo C de la Tierra, equivalente a 86,400,000 c_g , corresponde a 133,051,283.9 pe . O bien:

$$133\,051\,283.9 = 768 \times 39\,000 \times \sqrt{2} \times \pi_1 \text{ } pe$$

En esa magnitud la cifra 768 representa el lado l_1 de la base de la pirámide y 39,000 la proporción entre R y la mitad de la diagonal de su base, r_1 . De aquí es posible reescribir el perímetro C del círculo máximo de la Tierra, en función de los elementos de la pirámide, de la siguiente forma:

$$133\,051\,283.9 = l_1 \times \frac{R}{r_1} \times \sqrt{2} \times \pi_1$$

SEGUNDA PIRÁMIDE

Los datos de Petrie sobre los lados de la pirámide de Kefrén se reportan en pulgadas inglesas en la página 32

de su libro. En la tabla II hemos acomodado las magnitudes en pulgadas inglesas obtenidas durante el levantamiento, así como su traslación a metros y la de estos a pe de 0.3 m.

El lado medio de la base cuadrada que resulta, en metros, es de 215.261825. Petrie consideró un error lineal medio tolerable para las longitudes de ± 1.5 pulgadas, algo así como ± 3.81 cm. Al lado promedio hemos agregado 3.8175 cm, dejándolo cerca de esa tolerancia como 215.3 m. De igual manera, estimó una pendiente media para las caras frontales de $53^\circ 10' \pm 4'$. Actualmente, la pendiente de las caras se acepta en los $53^\circ 07' 48''$, o sea dentro de la tolerancia especificada. Ese ángulo se aproxima a una pendiente de 1.333328371... m, lo cual sugiere que el valor real debió de ser de 1.333... m, que asumiremos para las caras de la pirámide. De modo que el valor real del ángulo que determina la pendiente viene a ser de $53^\circ 07' 48.368''$.

Además, esa pendiente corresponde a la proporción de los ciclos sinódicos de Marte, de 780 días, y Venus, de 585 días, puesto que $780/585 = 1.333...$

Con la mitad del lado de 215.3 metros y la pendiente de las caras, resulta una altura para la pirámide de 143.5333... m. De aquí que la dupla lado-altura ($l_2 = 215.3$ m, $h_2 = 143.5333...$ m) queda en pies egipcios como: $l_2 = 717.666...$, $h_2 = 478.444...$ Además, la proporción entre el lado l_2 y la altura h_2 es de:

$$\frac{l_2}{h_2} = \frac{717.666 \dots}{478.444 \dots} = 1.5$$

De donde se sigue que $l_2 = 1.5 \times h_2$. Con la dupla (l_2, h_2) se deduce un volumen V_2 para la pirámide de:

$$V_2 = 1/3 \times 717.666... \times 717.666... \times 478.444... = 27,378,000 \text{ } pe^3$$

Siendo que este último se puede disponer como el siguiente producto:

Tabla II. Resultados de las mediciones desarrolladas sobre la base y altura de la pirámide de Kefrén por Petrie.

LONGITUDES	NORTE	SUR	ESTE	OESTE	PROMEDIOS
PULGADAS INGLESAS	8,471.9	8,476.9	8,475.2	8,475.5	8,474.875
METROS	215.218626	215.31326	215.27008	215.2777	215.261825
PIES EGIPCIOS	717.39542	717377533	717.5666	717.592333	717.5394167

$$V_2 = 27,378,000 = 585 \times 365.625 \times 384$$

En este último, los números 585, 365.625 y 384, como ya se dijo, representan respectivamente al ciclo sinódico del planeta Venus el primero, el segundo al año solar y el tercero al año lunar sinódico.

Bajo la consideración $l_2 = 1.5 \times h_2$, el lector puede fácilmente probar que la altura h_2 representa la proporción entre tres veces el volumen V_2 de la pirámide y el área A de su base, es decir:

$$h_2 = \frac{3 V_2}{A}$$

el cual viene a ser un resultado fundamental que muestra un indicio sobre cómo fue diseñada originalmente la pirámide.

Principales elementos geométricos y áreas

Los elementos geométricos más importantes de la pirámide son el lado $l_2 = 717.666... pe$, la altura $h_2 = 478.444... pe$, r_2 es la mitad de la diagonal D_2 de la base, a es una de las cuatro aristas de la pirámide, h es la altura de cualquiera de los cuatro triángulos de las caras frontales y $l_2/2$ es la mitad del lado de la base. Es posible acomodar cada uno en función del lado l_2 . La mitad de la diagonal $D_2/2 = r_2$ viene a ser:

$$r_2 = \frac{l_2}{2} \times \sqrt{2}$$

La arista a queda como:

$$a = \sqrt{0.9444 \dots} \times l_2$$

en tanto la altura h es $l_2/1.2$, siendo el área de la base de la pirámide: $(l_2)^2 = (717.666...)^2 pe^2$.

De l_2 y h resulta el área de los triángulos frontales de la pirámide; para uno de ellos esta es:

$$\left(l_2 \times \frac{l_2}{1.2} \right) \div 2 = \frac{l_2^2}{2.4} pe^2$$

De aquí se sigue que el área de la base cuadrada y el área de cualquiera de los triángulos frontales están en proporción como $2.4 pe^2$. De modo que el área de las cuatro caras es de $(5 \times l_2^2)/3$, la cual está en proporción con el área de la base como $5/3$.

La suma de las áreas del cuadrado de la base y los cuatro triángulos de las caras frontales es de $8/3 \times l_2^2$, mientras que el volumen se puede escribir en función del lado de la base como $2/9 \times l^3$. De donde la propor-

ción entre el volumen de la pirámide y la suma de las áreas es:

$$\frac{2}{9} \times l_2^3 \div \frac{8}{3} \times l_2^2 = \frac{1}{12} l_2$$

Consideraciones astronómicas

Se vio en el rubro anterior que el radio R de la Tierra en pies egipcios es de:

$$R = 21\,179\,262.31 = 780 \times 384 \times 50 \times \sqrt{2} pe$$

Además, la proporción entre la mitad de la diagonal r_2 de la base de la pirámide y su altura h_2 es como:

$$\frac{3}{4} \times \sqrt{2}$$

De aquí se deduce que esta última se acomoda también a partir del radio R de la Tierra en la forma:

$$\frac{R}{780 \times 384 \times 50} = \frac{r_2}{h_2} = \frac{3}{4} \times \sqrt{2}$$

O bien, es posible reescribir el radio de la Tierra con r_2 y h_2 de la pirámide como:

$$R = 780 \times 384 \times 50 \times \frac{r_2}{h_2}$$

Con esta idea, también se puede describir el volumen V_2 usando la mitad de la diagonal D_1 de la pirámide de Keops que hemos llamado r_1 , es decir:

$$r_1 = 384 \times \sqrt{2}$$

quedando:

$$V_2(r_1) = 585 \times 365.625 \times \frac{r_1}{\sqrt{2}}$$

Esto último muestra la estrecha relación metrológica de ambas pirámides.

TERCERA PIRÁMIDE

Petrie obtuvo las longitudes de la base cuadrada de la pirámide de Micerino (p. 37) en un promedio de $4,153.6 \pm 3$ pulgadas inglesas, es decir, $l_3 = 105.50144 \pm 0.0370262$ m y $2,564 \pm 15$ pulgadas del mismo tipo para la altura, que son $h_3 = 65.1256 \pm 0.381$ m. Incluyó además la pendiente de las caras como $51^\circ \pm 10'$. La clave para desentrañar las magnitudes originales del

monumento se encuentra en su altura h_3 . Hemos decidido dejar esta última en 65 m, restándole 12.56 cm, operación que la incluye dentro de la tolerancia especificada de ± 38.1 cm. Ello hace que la altura h_3 sea de 216.666... pe . En cuanto al lado l_3 de la base, lo consideramos en 105.4644138 m, habiendo restado a la longitud promedio 3.7062 cm, que es prácticamente el total de la tolerancia especificada de 3.71 cm. De aquí que en pe quede como $l_3 = 351.548046$. Ambas magnitudes ($l_3 = 351.548046$, $h_3 = 216.666...$) producen un volumen V_p para el paralelepípedo que contiene a la pirámide de:

$$V_p = (351.548046)^2 \times 216.666... = 26,776,972.87 pe^3$$

La magnitud del volumen se puede descomponer como el siguiente producto:

$$V_p = 686.5890479 \times 39,000$$

En este último, el factor 39,000 es la proporción entre el radio R de la Tierra y la mitad de la diagonal de la pirámide de Keops ($r_1 = 384 \times \sqrt{2}$), antes analizada, o sea:

$$\frac{R}{r_1} = \frac{21\,179\,262.31}{384 \times \sqrt{2}} = 39\,000 pe$$

De aquí que sea posible disponer el volumen V_p del paralelepípedo que contiene a la pirámide de Micerino, en función del radio R de la Tierra y de la mitad de la diagonal r_1 de la base de la pirámide de Keops, en la forma:

$$V_p(r_1, R) = 686.5890479 \times \frac{R}{r_1}$$

Mientras que el número 686.5890479 representa el periodo sideral del planeta Marte, siendo la magnitud que se acepta actualmente de 686.971 días, con una diferencia entre ambos periodos de 0.382 días.

Lo anterior deja ver que, para la definición del volumen V_p del paralelepípedo que contiene a la pirámide, los geógrafos egipcios usaron las magnitudes del radio R de la Tierra, la mitad de la diagonal de la base de la pirámide de Keops ($r_1 = 384 \times \sqrt{2}$) y el periodo sideral del planeta Marte de 686.5890479 días. Con ello es posible escribir el volumen de la pirámide en función de esos elementos como:

$$V_3 = \frac{1}{3} \times 686.5890479 \times \frac{R}{384 \times \sqrt{2}} = 26\,776\,972.87 pe$$

También, el mismo volumen V_3 , si así se desea, se puede descomponer en los siguientes factores:

$V_3 = 686.5890479 \times 180 \times 216.666... = 26,776,972.87 pe^3$, toda vez que el área de la base $(351.548046)^2$ es como el producto del año sideral del planeta Marte, 686.5890479, multiplicado por la magnitud 180; y este último, multiplicado por la altura, establece los 39,000 pe que representan la proporción del radio de la Tierra con la mitad de la diagonal de la pirámide de Keops.

CONSIDERACIONES FINALES

La definición de las magnitudes de longitud de las tres pirámides se determinó a partir de establecer inicialmente su volumen astronómico. Ello dio lugar a que los volúmenes de las tres estructuras se pusieran en correspondencia mutua. El lector puede ver enseguida cómo el volumen V_1 de la pirámide de Keops es relacionado con los productos de los volúmenes V_2 y V_3 de las de Kefrén y Micerino, es decir:

$$V_1(V_2 \times V_3) = \frac{16}{3 \times \pi_1} \times \left(\frac{V_2 \times V_3}{780 \times 686.5890476 \times 585 \times 365.625 \times 50} \right)^3 pe$$

En esta última, el contenido del paréntesis representa un año lunar de 384 días, o sea:

$$384 = \frac{V_2 \times V_3}{780 \times 686.5890476 \times 585 \times 365.625 \times 50}$$

Además, el denominador de la expresión muestra la también correspondencia de los tres volúmenes con las revoluciones planetarias dispuestas en el producto, en este caso las de Marte, Venus y el año solar de 365.625 días. Esa correspondencia no es casual y obedece a un proyecto deliberado de los ingenieros y geógrafos que participaron en la construcción de las tres pirámides.

Apuntamos también dos resultados importantes que se deducen de la metrología antigua:

1) Al multiplicar cada una de las revoluciones planetarias por el pie egipcio, los resultados que se obtienen conservan números del sistema de medición, que son múltiplos de las mismas revoluciones. Por ejemplo, el siguiente producto: $780 \times 0.3 = 234 = 58.5 \times 4$. Ello muestra una rígida estructura del sistema asociada al fragmento del instrumento de medición.

2) La otra cuestión notable es aquella en la cual las magnitudes de los monumentos están en correspondencia con los atributos geométricos de la Tierra, como son su radio R , el círculo máximo C que pasa por los polos y el valor de un grado de latitud, que se deduce de este último, incluyendo su propio volumen. Ello indica que

las magnitudes con las que se diseñaron y levantaron los inmuebles fueron determinadas a partir de esas propiedades.

Petrie había sido inspirado por el astrónomo escocés Charles Piazzi Smyth, quien buscaba en las dimensiones de la pirámide de Keops una «verdad divina» desconocida. Smyth contribuyó a difundir esas ideas en un libro que escribió en 1874 titulado *Our Inheritance in the Great Pyramid*, en el que intentaba mostrar que los egipcios conocían el valor del número irracional pi griego. No sabemos si los números de las revoluciones planetarias del sistema metrológico que hemos expuesto forman parte de esa «realidad insólita» que ambos averiguaban. Lo cierto es que ese sistema se impone por

su transversalidad, puesto que aparece en otras culturas y civilizaciones, por su posición cronológica y por su impecable precisión, alejada de posturas antropocéntricas.

También, el sistema determina una paradoja en el reconocimiento que se tiene actualmente del origen de la matemática. Indica no solo que esta ciencia no surgió en Grecia, sino que además nació arropada con una representación importante: *el tiempo*, en ese caso, *sirve de unidad de medida al espacio*.

Invitamos a los especialistas que lo deseen a reproducir los cálculos realizados en este artículo, toda vez que las medidas correspondientes de los monumentos se encuentran ampliamente documentadas.

Sobre los autores

ALBERTO CAMACHO RÍOS (camachoalberto@hotmail.com) es Doctor en Matemática Educativa por el Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional (Cinvestav-IPN). Profesor investigador del Tecnológico Nacional de México, a lo largo de los últimos cinco años realiza investigación sobre los sistemas de medición antiguos. Entre sus últimas publicaciones se encuentran «Astronomical magnitudes in the Santa María la Asunción codex» (2017) y «Estudios de metrología antigua. Otra cara del espacio-tiempo» (2018).

BERTHA IVONNE SÁNCHEZ LUJÁN (ivonnesanchez10@yahoo.com) es Doctora en Matemática Educativa por el Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del Instituto Politécnico Nacional (CICATA-IPN). Profesora investigadora en el Tecnológico Nacional de México: Instituto Tecnológico de Ciudad Jiménez, es miembro del Comité Latinoamericano de Matemática Educativa y del Consejo Mexicano de Investigación Educativa. Líder del cuerpo académico reconocido por PRODEP «Innovación Educativa y Matemáticas en Nivel Superior», es acreedora del Premio Estatal de Ciencia, Tecnología e Innovación Chihuahua 2014. También es investigadora anfitriona del «Verano de la Investigación Científica» avalado por la Academia Mexicana de Ciencias.

BIBLIOGRAFÍA

- CAMACHO, A.
 — 2017. Astronomical magnitudes in the Santa María la Asunción codex. *IOSR Journal of Humanities and Social Science* 22/2: 82-92. <http://www.doi.org/10.9790/0837-2202058292>.
 — 2018. Estudios de metrología antigua. Otra cara del espacio-tiempo. *Yulök: Revista de Innovación Académica* 2/1: 87-98.
- COLE, H. L. 1925. *Determination of the Exact Size and Orientation of the Great Pyramid of Giza*. Cairo: Egypt Government Press.
- DASH, G. 2015. What Was the Original Size of the Great Pyramid's Footprint? *AERAGRAM* 16/1: 8-11.
- NEWTON, I. 1737. A Dissertation upon the Sacred Cubit of the Jews and the Cubits of the several Nations. En *John Greaves, Miscellaneous Works of Mr. John Greaves, Professor of Astronomy in the University of Oxford*, vol. 2, pp. 405-433. Londres. <http://www.newtonproject.ox.ac.uk/view/texts/normalized/THEM00276>.
- PETRIE, W. M. FLINDERS. 1883. *The Pyramids and Temples of Gizeh*. Londres. <https://archive.org/details/pyramidsandtemp00petrgoog>.
- SMYTH, C. P. 1874. *Our Inheritance in the Great Pyramid*. Londres. <https://archive.org/details/ourinheritancein00smytuoft>.
- STECCHINI, L. C. 1961. A History of Measures. *American Behavioral Scientist* 4/7: 18-21. <http://www.metrum.org/measures>.